בוחן אמצע, סמסטר אביב תשע״ט - אלגברה 1/מ, 104016
27.5.19

פתרונות מלאים

ת״ז :

פקולטה :

- משך הבוחן : 2 שעות.
- השימוש בחומר עזר כלשהו ובמחשבונים אסור בהחלט.
- רשמו את כל תשובותיכם בדפים אלה. אפשר להשתמש בשני צידי הדף.
- **בשאלות 1-3** יש **לנמק** היטב כל תשובה. תשובה לא מנומקת לא תחשב.
בשאלות 4-7 יש לסמן את התשובה הנכונה בטבלה שבעמוד זה. בכל שאלה יש רק סימון אחד נכון.
- **אין צורך לרשום נימוקים בשאלות 4-7.** נימוקים בשאלות אלה לא יבדקו.

ב ה צ ל ח ה !

טבלה לסימון תשובות נכונות בשאלות 4-7

	שאלה מס׳ 4	שאלה מס׳ 5	שאלה מס׳ 6	שאלה מס׳ 7
א.				
ב.				
ג.				
ד.				
ה.				

<u>שאלה מס' 1</u> : (30 נקודות). בשאלה זו יש לתת פתרון מלא ומנומק.

נתונה מערכת המשוואות $A\overline{x}=b$ עם שלושה נעלמים ממשיים x,y,z כאשר $\alpha,\beta\in\mathbb{R}$ פרמטרים:

$$\begin{cases} x-y=3 \\ 2x-y+2z=4 \\ x-y+(\alpha^2-\alpha)z=\alpha+3 \\ x-y+(2\alpha^2-2\alpha)z=\beta+2\alpha+3 \end{cases}$$

א. (15 נק')
(i) לאילו ערכים של α ו- β יש למערכת פתרון יחיד?
(ii) לאילו ערכים של α ו- β יש למערכת אינסוף פתרונות?
(iii) לאילו ערכים של α ו- β אין למערכת פתרון?

ב. (8 נק') מצאו את הפתרון הכללי של המערכת בכל המקרים בהם למערכת יש אינסוף פתרונות ורשמו את מספר דרגות החופש בכל מקרה.

ג. (5 נק') מצאו קבוצה פורשת למרחב הפתרונות של המערכת $A\overline{x}=0$ בכל המקרים בהם למערכת יש אינסוף פתרונות.

2 נק' יינתנו על דירוג נכון.

בסוף הפתרון המפורט, אנא רכזו את תשובותיכם הסופיות בטבלה שבסוף השאלה.

<u>פתרון שאלה מס' 1</u> :

תחילה נדרג את מטריצת המקדמים:

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 0 & 3 \\ 2 & -1 & 2 & 4 \\ 1 & -1 & \alpha^2-\alpha & \alpha+3 \\ 1 & -1 & 2\alpha^2-2\alpha & \beta+2\alpha+3 \end{array}\right) \to \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 2 & -2 \\ 0 & 0 & \alpha^2-\alpha & \alpha \\ 0 & 0 & 2\alpha^2-2\alpha & \beta+2\alpha \end{array}\right) \to \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 2 & -2 \\ 0 & 0 & \alpha^2-\alpha & \alpha \\ 0 & 0 & 0 & \beta \end{array}\right)$$

א. קיבלנו כי עבור $\beta\neq 0$ אין פתרון לכל $\alpha\in\mathbb{R}$.
עבור $\beta=0$ נציב ונקבל:

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 2 & -2 \\ 0 & 0 & \alpha^2-\alpha & \alpha \\ 0 & 0 & 0 & \beta \end{array}\right) \underset{\beta=0}{=} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 2 & -2 \\ 0 & 0 & \alpha^2-\alpha & \alpha \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right)$$

עבור $\alpha^2-\alpha\neq 0$ כלומר $\alpha\neq 0,1$ נקבל $r(A|b)=r(A)=3=n$ לכן יש פתרון יחיד. עבור $\alpha=0,1$ נציב ונראה:

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 2 & -2 \\ 0 & 0 & \alpha^2-\alpha & \alpha \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right) \underset{\alpha=1}{=} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 2 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right)$$

קיבלנו $r(A|b)=3>r(A)=2$ ולכן אין פתרון.

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 2 & -2 \\ 0 & 0 & \alpha^2-\alpha & \alpha \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right) \underset{\alpha=0}{=} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 2 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right)$$

קיבלנו $r(A|b)=r(A)=2<n=3$ ולכן יש אינסוף פתרונות.

לסיכום:

(i) יחיד: $\alpha\neq 0,1$, $\beta=0$.

(ii) אינסוף: $\alpha=0$, $\beta=0$.

(iii) סתירה: $\alpha=1$, $\beta=0$ או $\alpha\in\mathbb{R}$, $\beta\neq 0$.

ב. לפי חישובים קודמים קיבלנו אינסוף פתרונות עבור $\alpha=0$, $\beta=0$. במקרה זה מטריצת המקדמים היא: $\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 2 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right)$ או אחרי דרוג לקנונית: $\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 2 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right)$ לכן נקבל כי מספר דרגות החופש: $n-r(A)=3-2=1$. המשוואות הן: $\begin{cases} x+2z=1 \\ y+2z=-2 \end{cases}$ והפתרון הכללי הוא: $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 1-2z \\ -2-2z \\ z \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 0 \end{pmatrix}+z\begin{pmatrix} -2 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$.

ג. כאמור, קיבלנו אינסוף פתרונות עבור $\alpha=0$, $\beta=0$. מהפתרון הכללי של המערכת האי הומוגנית נקבל כי הפתרון הכללי של ההומוגנית המתאימה הוא $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}=z\begin{pmatrix} -2 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$ וקבוצה פורשת למרחב הפתרונות היא: $\left\{\begin{pmatrix} -2 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}\right\}$.

<u>שאלה מס' 2</u> : (18 נקודות). בשאלה זו יש לתת פתרון מלא ומנומק.

בכל המקרים הבאים, יש לקבוע האם הקבוצה הנתונה מהווה מרחב וקטורי מעל $\mathbb{R}$:

א. (9 נק') אוסף כל הפונקציות הממשיות $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ מעל $\mathbb{R}$ המקיימות $f(\frac{1}{2})\in\mathbb{Q}$.

<u>פתרון</u>:

לא תת מרחב וקטורי כי אין סגירות לכפל בסקלר. למשל: $f(x)=x$ מקיימת $f(\frac{1}{2})=\frac{1}{2}\in\mathbb{Q}$. נבחר $\alpha=\sqrt{2}\in\mathbb{R}$ אז $\alpha f(x)=\sqrt{2}f(x)$ לא באוסף כי $(\alpha f)(\frac{1}{2})=\left(\sqrt{2}f\right)(\frac{1}{2})=\sqrt{2}f(\frac{1}{2})=\sqrt{2}\cdot\frac{1}{2}\notin\mathbb{Q}$

ב. (9 נק') אוסף כל הוקטורים $b\in\mathbb{R}^n$ עבורם למערכת $A\overline{x}=b$ יש פתרון, כאשר $A\in\mathbb{R}^{n\times n}$ מטריצה נתונה.

<u>פתרון</u>:

כן מרחב וקטורי. נסמן את האוסף הנתון ב W. זוהי תת קבוצה של מרחב ידוע (מרחב הפונקציות הממשיות) ולכן מספיק להראות 3 תכונות של תת מרחב (שימו לב שהשאלה דנה ב- b ולא ב- x):

א. $W\neq\varnothing$ כי $b=0$ שייך ל- W שכן למערכת ההומוגנית $A\overline{x}=0$ תמיד קיים פתרון, למשל הפתרון הטריוויאלי $\overline{x}=0$.

ב. סגירות לחיבור: יהיו $b_1,b_2\in W$, כלומר קיימים $y_1,y_2\in\mathbb{R}^n$ הפותרים את המערכת $A\overline{x}=b_1$ ו- $A\overline{x}=b_2$ בהתאמה (כלומר מתקיים: $Ay_1=b_1$ ו- $Ay_2=b_2$).

צריך להוכיח: $b_1+b_2\in W$, כלומר צריך להוכיח שקיים $y_3\in\mathbb{R}^n$ הפותר את המערכת $A\overline{x}=b_1+b_2$. נבחר $y_3=y_1+y_2$ ונקבל מחוקי מטריצות כי:

$Ay_3=A(y_1+y_2)=Ay_1+Ay_2=b_1+b_2$ ולכן $y_3\in\mathbb{R}^n$ פותר את המערכת $A\overline{x}=b_1+b_2$.

ג. סגירות לכפל בסקלר: יהיו $b_1\in W$, כלומר קיים $y_1\in\mathbb{R}^n$ הפותר את המערכת $A\overline{x}=b_1$ ויהי $\alpha\in\mathbb{R}$, צריך להוכיח כי ב $\alpha b_1\in W$ כלומר צריך להוכיח שקיים $y_2\in\mathbb{R}^n$ הפותר את המערכת $A\overline{x}=\alpha b_1$. נבחר $y_2=\alpha y_1$ ונקבל מחוקי מטריצות כי:

$Ay_2=A(\alpha y_1)=A\alpha y_1=\alpha Ay_1=\alpha b_1$ ולכן $y_2\in\mathbb{R}^n$ פותר את המערכת $A\overline{x}=\alpha b_1$.

<u>שאלה מס' 3</u> : (24 נקודות) בשאלה זו יש לתת פתרון מלא ומנומק.

הוכיחו או הפריכו ע"י דוגמא נגדית מספרית כל אחת מ- **3** הטענות הבאות (במקרה של מתן דוגמא נגדית מספרית, יש להסביר מדוע זו דוגמא נגדית):

א. (8 נק') יהיו $A,B\in\mathbb{R}^{n\times n}$ מטריצות סימטריות; אזי גם $(2A+I)(B-2I)(4A+2I)$ מטריצה סימטרית.

טענה נכונה: נוכיח כי $\left((2A+I)(B-2I)(4A+2I)\right)^t=(2A+I)(B-2I)(4A+2I)$. נעזר בחוקי מטריצות ונקבל:

$$\left((2A+I)(B-2I)(4A+2I)\right)^t=(4A+2I)^t(B-2I)^t(2A+I)^t=\left(2(2A+I)\right)^t(B-2I)^t(2A+I)^t=$$
$$=\left(2(2A^t+I^t)\right)\left(B^t-2I^t\right)\left(2A^t+I^t\right)\underset{A^t=A,B^t=B,I^t=I}{=}2(2A+I)(B-2I)(2A+I)=$$
$$=(2A+I)(B-2I)2(2A+I)=(2A+I)(B-2I)(4A+2I)$$

ב. (8 נק') תהי A מטריצה ממשית מסדר $n\times n$ ויהיו $u_1,\dots,u_k\in\mathbb{R}^n$. אם $w\in sp\{u_1,\dots,u_k\}$ אזי $Aw\in sp\{Au_1,\dots,Au_k\}$.

טענה נכונה: נתון $w\in sp\{u_1,\dots,u_k\}$, לכן קיימים סקלרים $\alpha_1,\dots,\alpha_k\in\mathbb{R}$ כך ש: $w=\alpha_1u_1+\dots+\alpha_k u_k$. נכפול את השוויון ב- A משמאל ונקבל מחוקי מטריצות:

$Aw=A(\alpha_1u_1+\dots+\alpha_k u_k)=A\alpha_1u_1+\dots+A\alpha_k u_k=\alpha_1Au_1+\dots+\alpha_kAu_k$ וקיבלנו כי Aw הוא צרוף ליניארי של $Au_1,\dots,Au_k$ ולכן $Aw\in sp\{Au_1,\dots,Au_k\}$.

ג. (8 נק') יהי $V=\mathbb{R}^{3\times3}$ אזי $V=U\oplus W$ כאשר U הוא מרחב המטריצות האנטי סימטריות מסדר 3×3 ו W הוא מרחב המטריצות מסדר 3×3 בהן סכום האיברים בכל שורה שווה ל- 0.

טענה לא נכונה: $U\cap W\neq\{0\}$ לכן בכל מקרה הסכום הוא לא סכום ישר. ניקח מטריצה אנטי סימטרית מסדר 3×3 ב- U, אז היא מהצורה: $\begin{pmatrix}0&a&b\\-a&0&c\\-b&-c&0\end{pmatrix}$. אם היא גם ב- W אז היא מהצורה: $\begin{pmatrix}0&a&-a\\-a&0&a\\a&-a&0\end{pmatrix}$. לכן גם אם $V=U+W$ (וזה לא...) הרי שבכל מקרה הסכום הוא לא סכום ישר.

<u>יש לסמן את התשובה הנכונה לשאלות 4-7 בטבלה שבדף הראשון. נימוקים לא יבדקו.</u>
<u>יותר מסימון אחד יגרור ניקוד 0 על השאלה.</u>

<u>שאלה מס' 4</u> : (7 נק')

נתון הפולינום $x^6 - x^3 + ax^2 - \pi$ כאשר $a \in \mathbb{R}$ וכן נתון כי $x_1 = 2+3i$ הוא שורש של הפולינום.

אזי:

א. לפולינום יש לפחות שורש ממשי אחד.

ב. סכום כל שורשי הפולינום הוא $-\pi$.

ג. לפולינום יש 5 שורשים ממשיים.

ד. אם x_0 הוא שורש של הפולינום אז גם $-x_0$ הוא שורש של הפולינום.

ה. מכפלת כל שורשי הפולינום היא -1 .

<u>פתרון לשאלה מס' 4</u> :

סעיף א' נכון. הפולינום הוא עם מקדמים ממשיים ולכן אם $x_1 = 2+3i$ הוא שורש של הפולינום אז גם הוא שורש $x_2 = 2-3i$. מעלת הפולינום היא 6 ולכן יש עוד 4 שורשים. נניח שכל השורשים הם לא ממשיים כלומר מהצורה: $z_1, \overline{z}_1, z_2, \overline{z}_2$ אז לפי ויאטה, מכפלת כל השורשים היא:

$z_1 \cdot \overline{z}_1 \cdot z_2 \cdot \overline{z}_2 \cdot (2+3i)\cdot(2-3i) = \frac{(-1)^6 \cdot a_0}{a_6}$ נציב ונקבל: $|z_1|^2 \cdot |z_2|^2 \cdot \sqrt{13} = \frac{(-1)^6 \cdot (-\pi)}{1} = -\pi$ או

$|z_1|^2 \cdot |z_2|^2 = -\frac{\pi}{\sqrt{13}} < 0$ וזו סתירה כי אגף שמאל חיובי ואילו אגף ימין שלילי. לכן בהכרח סעיף א' נכון ולפולינום יש לפחות שורש ממשי אחד (כדי לקבל תוצאה שלילית).

סעיף ב' לא נכון כי לפי ויאטה סכום כל השורשים הוא $\frac{-a_{n-1}}{a_n} = \frac{0}{1} = 0$.

סעיף ג' לא נכון כי אם יש 5 שורשים ממשיים אז $x_2 = 2-3i$ לא יכול להיות שורש של הפולינום בסתירה למשפט.

סעיף ד' לא נכון. נניח x_0 הוא שורש של הפולינום אז $x_0^6 - x_0^3 + ax_0^2 - \pi = 0$ נציב $-x_0$ ונקבל $(-x_0)^6 - (-x_0)^3 + a(-x_0)^2 - \pi = x_0^6 + x_0^3 + ax_0^2 - \pi$ שלא בהכרח 0.

סעיף ה' לא נכון כי ראינו קודם שמכפלת השורשים היא $-\pi$.

סימון נכון: א'

<u>שאלה מס' 5</u> : (7 נק')

נתונה המשוואה $(-1+i)z^6 = 1-i$, ויהיו $0 \le \theta_1 < ... < \theta_k < 360^\circ$ הארגומנטים של הפתרונות השונים $z_1,...,z_k$ של המשוואה ; אזי הטענה היחידה **שאיננה** נכונה היא :

א. $z_1 \cdot z_3 = z_2^6$.

ב. $z_4 \cdot z_5 = \dfrac{1}{z_2 \cdot z_3}$.

ג. $z_1 \cdot z_5 = -z_2 \cdot z_6$.

ד. למשוואה יש שני פתרונות על הצירים.

ה. למשוואה יש פתרון בכל רביע.

<u>פתרון לשאלה מס' 5</u> :

תחילה נפתור את המשוואה למציאת כל השורשים ואז נחפש את הטענה שאיננה נכונה :

$$(-1+i)z^6 = 1-i$$

$$z^6 = \frac{1-i}{-1+i} = \frac{\sqrt{2}cis315^\circ}{\sqrt{2}cis135^\circ} = cis180^\circ$$

$$z = cis\frac{180^\circ + 360^\circ k}{6} = cis\left(30^\circ + 60^\circ k\right) \quad , \quad k = 0,...,5$$

$$z_1 = cis30^\circ \ , \ z_2 = cis90^\circ \ , \ z_3 = cis150^\circ \ , \ z_4 = cis210^\circ \ , \ z_5 = cis270^\circ \ , \ z_6 = cis330^\circ$$

בדיקת הסעיפים :

א. נראה שהשוויון אכן מתקיים :

$$z_1 \cdot z_3 = cis(30^\circ + 150^\circ) = cis(180^\circ)$$
$$z_2^6 = cis(6 \cdot 90^\circ) = cis(540^\circ) = cis(180^\circ)$$

ב. נראה שהשוויון אכן מתקיים :

$$z_4 \cdot z_5 = cis(210^\circ + 270^\circ) = cis(480^\circ) = cis(120^\circ)$$
$$\frac{1}{z_2 \cdot z_3} = cis\left(-(90^\circ + 150^\circ)\right) = cis(-240^\circ) = cis(120^\circ)$$

ג. נראה שהשוויון לא מתקיים :

$$z_1 \cdot z_5 = cis(30^\circ + 270^\circ) = cis(300^\circ)$$
$$-z_2 \cdot z_6 = cis(180 + 90^\circ + 330^\circ) = cis(600^\circ) = cis(240^\circ)$$

ד. נכון כי z_2 , z_5 נמצאים על הצירים.

ה. נכון כי z_1 נמצא ברביע הראשון, z_3 נמצא ברביע השני, z_4 נמצא ברביע השלישי ו- z_6 נמצא ברביע הרביעי, לכן יש שורש בכל רביע.

סימון נכון : ג'

<u>שאלה מס' 6</u> : (7 נק')

יהי $V=\mathbb{R}_3[x]$ מרחב הפולינומים הממשיים ממעלה קטנה או שווה ל- 3, ויהיו U ו- W שני תת המרחבים הבאים של V :

$$U=\{f(x)\in V \mid f(i)=0\}$$
$$W=span\{1+x^3\ ,\ 1+x^2\}$$

אזי $U\cap W$ נפרש ע"י :

א. $\{x+x^3\}$; ב. $\{x+x^3,1+x^2\}$; ג. $\{1+x^2+x^3\}$;

ד. $\{1+x^2+x^3,1+x^3\}$; ה. $\{1+x^2\}$.

<u>פתרון לשאלה מס' 6</u> :

נמצא איבר כללי בחיתוך :

כל פולינום ב- U מקיים $f(i)=0$. הפולינומים ממשיים לכן גם $f(-i)=0$ ולכן כל פולינום ב- U הוא מהצורה : $f(x)=(1+x^2)\cdot g(x)$ כאשר $g(x)$ פולינום ממעלה 1 לכל היותר (כדי שסך הכל מעלת הפולינום לא תעלה על 3), כלומר $g(x)=a+bx$ ולכן כל פולינום ב- U הוא מהצורה :

$f(x)=(1+x^2)\cdot g(x)=(1+x^2)\cdot(a+bx)=(a)\cdot 1+(b)x+(a)x^2+(b)x^3$. קיבלנו כי בכל פולינום ב- U, מקדם x^3 שווה למקדם x ומקדם x^2 שווה למקדם החופשי. נאלץ תנאי זה על איבר כללי ב W שהוא צרוף לינארי של איברי הקבוצה הפורשת הנתונה :

$\alpha(1+x^3)+\beta(1+x^2)=(\alpha+\beta)+\beta x^2+\alpha x^3$. אילוץ התנאים פרושו :

$$\begin{cases}\alpha+\beta=\beta\\ \alpha=0\end{cases}\quad\Rightarrow\quad \alpha=0\ ,\ \beta\in\mathbb{R}$$

לכן איבר כללי ב- $U\cap W$ הוא מהצורה $\alpha(1+x^3)+\beta(1+x^2)\underset{\alpha=0}{=}\beta(1+x^2)$ ולכן $U\cap W$ נפרש ע"י $\{1+x^2\}$.

סימון נכון : ה'

<u>שאלה מס' 7</u> : (7 נק')

יהיו A ו- B שתי מטריצות בעלות אותו מרחב שורות, כלומר $Row(A)=Row(B)$; אזי :

א. A ו- B שקולות שורה.

ב. ל- A ול- B אותה צורה קנונית.

ג. למערכת $A\overline{x}=b$ יש פתרון אם"ם למערכת $B\overline{x}=b$ יש פתרון.

ד. שורות A בלתי תלויות ליניארית אם"ם שורות B בלתי תלויות ליניארית.

ה. ל- A ול- B אותה דרגה.

<u>פתרון לשאלה מס' 7</u> :

נעבור על כל הסעיפים :

א. לא נכון. למשל המטריצות $B=\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&0&0\end{pmatrix}$, $A=\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&0\end{pmatrix}$ מקיימות :

$Row(A)=Row(B)=sp\{(1,0,0)\ ,\ (0,1,0)\}$ אבל הן לא שקולות שורה כי הן לא מאותו הסדר.

ב. לא נכון. אותה דוגמא כמו ב- א'. שתי המטריצות הן קנוניות על פי ההגדרה אבל הן לא שוות.

ג. לא נכון לדוגמא, ניקח את $b=\begin{pmatrix}1\\1\\1\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&0&0\end{pmatrix}$, $A=\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&1&0\end{pmatrix}$. מתקיים

$Row(A)=Row(B)=sp\{(1,0,0)\ ,\ (0,1,0)\}$ אבל למערכת $A\overline{x}=b$ יש פתרון ואילו למערכת $B\overline{x}=b$ אין פתרון.

ד. לא נכון. נחזור לדוגמא שבסעיף א'. שורות A בלתי תלויות ליניארית ואילו שורות B תלויות לינארית כי יש שורת אפסים.

ה. נכון. A ו- B בעלות אותו מרחב שורות לכן אם נדרג לקנונית כל אחת מהן נקבל אותן שורות שונות מ- 0 שזו קבוצה פורשת זהה לכל אחד ממרחבי השורה. לכן, מספר השורות השונות מ- 0 אחרי הדרוג הוא זהה בשתיהן, וזו הדרגה של כל אחת מהן, לכן ל- A ול- B אותה דרגה.

סימון נכון : ה'

דף ריק למקרה הצורך